

3 标准优化方法

在分析线性控制回路时，以往主要关注稳定性。但通常仅凭这一标准尚不足以确保调节行为的满意度。相反，对控制回路的静态和动态行为提出了各种要求，例如

- 静态精度（实际值达到设定值精确），
- 引导行为（调节的动态精度）或
- 干扰行为（扰动量的影响）。

因此控制回路优化的难点在于，稳定性、精度和动态行为等要求需要相互矛盾的调节设置，即需要折衷。例如提高增益通常会提高精度，但会降低稳定性。由于这类情况，人们开发了优化标准。在电气驱动技术中，对于内部控制回路通常优先采用幅值最优（BO）和对称最优（SO）。另一个通用的优化标准是阻尼最优（参见第4章）。

优化的目标是，使得调节量 x 尽可能快地、尽可能精确地、尽可能好地稳定到新的设定值 w ，或在扰动 z 后恢复到原始值。调节器设置的检查通常通过突然改变引导量来完成，因为这种激励最容易复制。

本章将数学推导幅值最优和对称最优，并通过实例进行说明。结果和设置规则汇总在一张表格（第81页）中，允许独立于推导进行实用应用。其他关于不同优化标准的实例则完善了本章内容。

3.1 基尼系数 (BO)

幅值最优 [37] 是根据以下要求得出的：闭环控制回路的幅值响应应尽可能在较宽的范围内理想，即控制量应尽可能在较高频率下精确跟随设定值。由此得出要求，闭环控制回路的幅值响应在尽可能高的频率上保持为1，且相位增益为0（相位最小系统）。

这意味着，幅值响应应尽可能在较高频率上保持为1，且相位增益为0（相位最小系统）。

这保证了在指令激励下具有小的超调，并能快速抑制干扰。模值最优可用于不振荡线路，并在电力驱动技术中应用，例如在电流控制回路中，当电流调节元件的动态特性不可忽略时。有时模值最优也用于转速控制回路，当转速控制器没有积分项时。

在通过一个示例进行直观推导后，将提供关于不同应用场景的说明，以及为感兴趣的读者提供的数学推导。

3.1.1 无积分项线路的推导

一般无积分项线路

一个具有无积分项线路的通用控制回路如图3.1所示。该线路由三个正向一阶延迟环节组成。

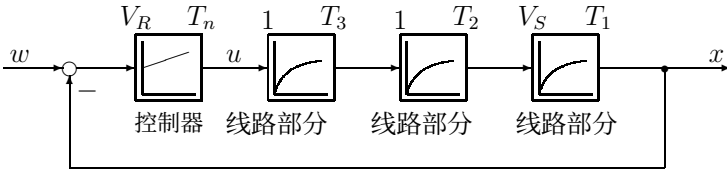


图 3.1: 无 I 分量的通用控制回路

传递函数为：

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_2} \cdot \frac{1}{1 + sT_3} = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \prod_{i=2}^n \frac{1}{1 + sT_i} \quad (3.1)$$

这类控制回路通常具有不同大小的控制回路。当控制回路的时间常数满足

$$T_i \ll T_1 \quad (3.2)$$

若差异达到5倍，则可以将小时间常数合并为总时间常数 T_σ ，

$$T_\sigma = \sum_{i=2}^n T_i \quad (3.3)$$

而不会显著改变控制回路在动态关键区域的行为。在实际装置中，小时间常数可能代表执行元件的延迟、下层控制回路的等效时间常数或测量平滑。

幅值最优控制回路

为推导幅值最优，使用PT₂-线路，由两个一阶大时间常数 T_1 和小时间常数 T_σ 的惯性环节根据公式(3.3)以及一个PI控制器组成，如图3.2所示。通过简单的物理推理可以说明根据幅值最优优化控制器参数的方法。

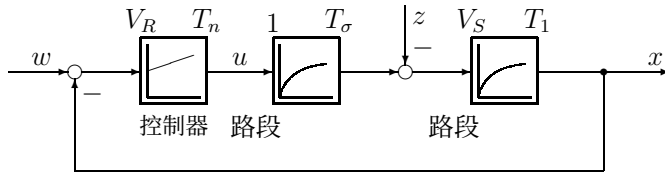


图3.2: 用于推导幅值最优的控制回路

PT₂-过程:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad \text{mit } V_S = \text{Streckenverstärkung} \quad (3.4)$$

$T_1 = \text{große Zeitkonstante}$
 $T_\sigma = \text{kleine Zeitkonstante}$

PI控制器:

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad \text{mit } V_R = \text{Reglerverstärkung} \quad (3.5)$$

$T_n = \text{Nachstellzeit}$

例如在电流控制回路的锚定时间常数 T_A 中，过程的较大时间常数 T_1 对应，较小的时间常数 T_σ 则指代执行元件的延迟和测量平滑的滞后。

如果控制回路的干扰行为也值得关注，则较大的时间常数 T_1 应小于或等于较小的时间常数 T_σ 的四倍。这一要求由于干扰行为决定，将在第3.2.2节中进一步阐述。

$$T_\sigma < T_1 \leq 4T_\sigma \quad (3.6)$$

在 $T_1 > 4T_\sigma$ 的情况下，对称最优方法应用于不含I成分的线路（参见第3.2.2节）。然而，电流控制回路的幅值最优的适用范围会受到这一要求的限制。

有效性范围的限制取决于闭环控制回路在扰动下的行为。如果仅考虑引导行为, 则无需考虑上述条件。

在该问题中使用PI控制器有两个优点: 可以补偿被控对象的最大时间常数; 正如以下计算将显示的那样, 这是实现最佳动态特性的前提条件。此外, 控制器在稳态运行时通过积分项强制实现实际值与设定值的精确匹配。

由此得出第一个优化条件: 为补偿被控对象的最大时间常数 T_1 , 将PI控制器的跟随时间 T_n 设为该时间常数, 即 $T_n = T_1$ 。在此前提下, 根据图3.2, 开环控制回路的传递函数 $G_0(s)$ 和闭环控制回路的引导传递函数 $G_w(s)$ 为

$$\begin{aligned} -G_0(s) &= G_R(s) \cdot G_S(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \cdot \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \\ &= \frac{V_R V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w(s)} = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{T_1}{V_R V_S} + s^2 \frac{T_1 T_\sigma}{V_R V_S}} \quad (3.8)$$

模值最优的要求, 即尽可能在较大的频率范围内保持模值 $|F_w(j\omega)|$ 的恒定, 由此得出第二个优化条件。为此, 考虑引导传递函数的频率响应 $F_w(j\omega)$ (使用 $s = \sigma + j\omega \rightarrow j\omega$)。

$$F_w(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \frac{T_1}{V_R V_S} + (j\omega)^2 \frac{T_1 T_\sigma}{V_R V_S}} \quad (3.9)$$

通过复杂计算得出幅值平方为

$$\begin{aligned} |F_w(j\omega)|^2 &= \frac{1}{\left(1 - \omega^2 \frac{T_1 T_\sigma}{V_R V_S}\right)^2 + \left(\omega \frac{T_1}{V_R V_S}\right)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \omega^2 \left(\frac{T_1^2}{V_R^2 V_S^2} - \frac{2T_1 T_\sigma}{V_R V_S}\right) + \omega^4 \frac{T_1^2 T_\sigma^2}{V_R^2 V_S^2}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

为了使 $|F_w(j\omega)|$ 在一个大的频率范围 (从零频率开始) 内接近1, 必须使包含 ω^2 的项消失, 因为该项相对于包含 ω^4 的项, 在 $\omega T_1 \ll 1$ 方面趋向于零的速度更慢。因此必须满足条件 $T_1^2/(V_R^2 V_S^2) = 2T_1 T_\sigma/(V_R V_S)$ 。在对称最优优化准则下,

具有两个一阶延迟元件的过程，其优化准则可以总结如下。

幅值最优 (BO)

1. 使用PI控制器的超前补偿来补偿更大的时间常数 T_1 :

$$T_n = T_1$$

2. 将PI控制器的增益设置得使导前传递函数的幅值在一个尽可能大的频率范围内接近1:

$$V_R = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma}$$

考虑干扰行为时的边界条件:

$$T_\sigma < T_1 \leq 4T_\sigma$$

代入控制器参数后，对于幅值最优控制回路，得到二阶标准传递函数。

$$G_w(s) \Big|_{\text{BO}} = \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^2 2T_\sigma^2} \quad (3.11)$$

该传递函数具有一对共轭复数极点，因此具有振荡能力。传递函数具有阻尼系数 $D = 1/\sqrt{2}$ ，最大超调量为 4%，调节时间 $t_{an} = 4,7 T_\sigma$ 以及 $t_{aus} = 8,4 T_\sigma$ 在 $\pm 2\%$ 控制误差下的退调时间（图 3.22）。

由于该传递函数在频率范围和数学表达上更难处理（参见图 1.15），因此通常通过使用一阶延迟环节（等效时间常数 T_{ers} ）来近似其幅值最优控制回路。

$$G_{w,ers}(s) \Big|_{\text{BO}} = \frac{1}{1 + sT_{ers}} \quad \text{mit} \quad T_{ers} = 2T_\sigma \quad (3.12)$$

图 3.3 展示了开环控制回路的频率响应以及引导和干扰保持特性。所有常用线路类型的详细整定规则表请参见第 81 页。

3.1.2 幅值最优的推广与应用

调节器增益对控制回路阻尼的影响

前述结果可概括。若引入圆积分时间 $T_0 = T_1/(V_R V_S)$ ，则对于二阶导引传递函数，得到如下形式，其中 T_0 由调节器增益自由

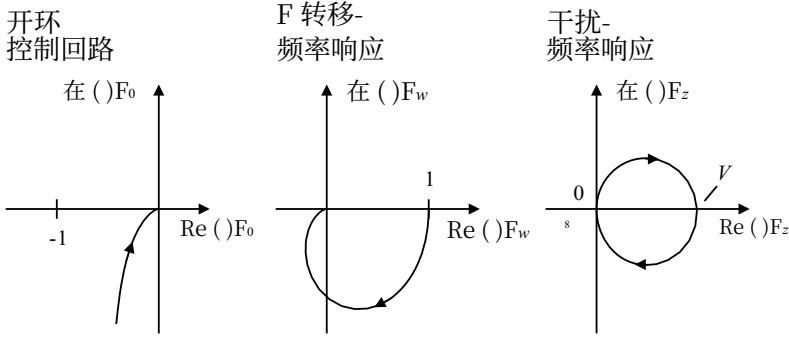


图 3.3: 幅值最优时的频率范围

可选的是:

$$G_w(s) = \frac{1}{1 + sT_0 + s^2T_0T_\sigma} \quad (3.13)$$

特征频率 ω_0 和阻尼 D 通常满足

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{T_0T_\sigma}} \quad \text{und} \quad D = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_0}{T_\sigma}} \quad (3.14)$$

幅值最优控制回路的阻尼系数根据第二个优化条件从 $T_0 = 2T_\sigma$ 到 $D = 1/\sqrt{2} = 0.707$, 即 707。无阻尼行为 ($D \geq 1$) 在 $T_0 \geq 4T_\sigma$ 时出现。在这两种情况下, 调节时间满足 $t_{an} \approx 2, 5 T_{0\sigma}$ 。

图 3.4 展示了不同环积分时间 T_0 的控制回路阶跃响应, 以及由指令或干扰量激励的情况 (信号流图参见图 3.2)。从指令行为的表现中可以看出, 在控制器参数选择时, 稳定性与动态性之间存在折衷。

幅值最优补偿另一时间常数

除大时间常数 T_1 外, 若还能补偿最大的其他时间常数 T_i , 则可采用 PID 控制器。这样可提高控制动态, 因为剩余的小时间常数 T_σ 会比使用 PI 控制器时更小。但需注意的是, 尤其由于控制器中的微分作用, 信号在控制回路中不会出现干扰超调, 且测量值不含过大的噪声分量。

PID 控制器的跟随时间 T_n 补偿大时间常数 T_1 , 其微分时间常数 T_v 等于第二个时间常数 T_2 。因此 PID 控制器的整定规则如下:

$$V_R = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma}, \quad T_n = T_1 \quad \text{und} \quad T_v = T_2 \quad (3.15)$$

(参见优化表第81页, 编号6)。

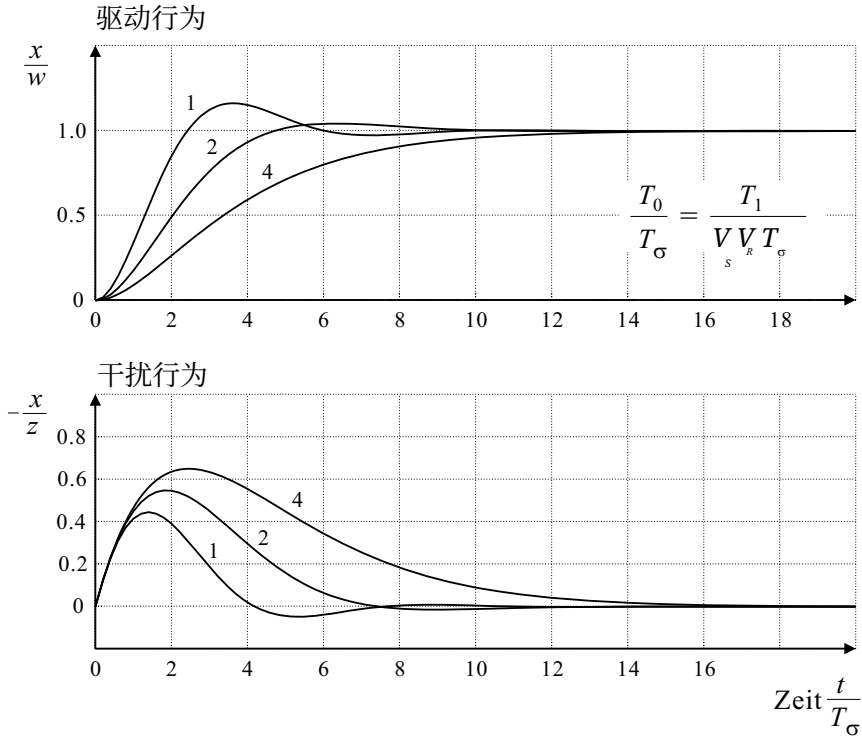


图 3.4: 广义幅值最优下的过渡行为 (标准-BO 对于 $T_0/T_\sigma = 2$)

幅值最优在反向二线路测量值延迟时

g

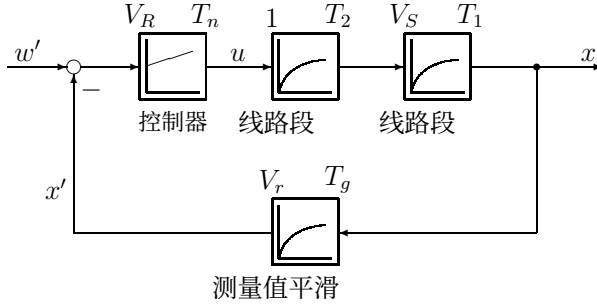
实践中常见的一种情况是通过滞后测量环节进行实际值采集。从控制回路逆向来看, 这种情况属于控制回路的反向分支。通过一个二阶过程, 使用 PT_1 测量环节和 T_g s 平滑时间常数的实际值采集, 可以更详细地研究这一点 (图3.5)。

幅值最优优化可以像对双 PT_1 -线路那样进行, 当它为 x' 发生时, 即当反馈在思想上被施加到线路时。允许将具有小时间常数 T_2 和 T_g 的两个 PT_1 -线路传递函数汇总为 T_σ , 只要只考虑开环控制回路的输入输出行为并且线路是线性的 (另见第1.4章)。

$$G'_S(s) = \frac{x'(s)}{u(s)} = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_2} \cdot \frac{V_r}{1 + sT_g} \quad (3.16)$$

使用较小的积分时间常数 $T_\sigma = T_2 + T_g$, 则:

$$G'_S(s) = \frac{x'(s)}{u(s)} = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{V_r}{1 + sT_\sigma} \quad (3.17)$$

图3.5: 带PT₁-测量值平滑的控制回路

因此, 根据幅值最优法, PI控制器的整定如下

$$T_n = T_1 \quad \text{und} \quad V_R = \frac{T_1}{2V_S V_r T_\sigma} \quad (3.18)$$

通过反馈方程 $x' = x \cdot V_r / (1 + sT_g)$, 闭环控制回路的传递函数为

$$G'_w(s) = \frac{x'(s)}{w'(s)} = \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^2 2T_\sigma^2} = \frac{V_r}{1 + sT_g} \cdot \frac{x(s)}{w'(s)} \quad (3.19)$$

为了保持实际值的引导传递函数 x/w' , 必须通过测量值平滑进行反向计算。然后得到:

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w'(s)} = \frac{1 + sT_g}{V_r} \cdot \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^2 2T_\sigma^2} \quad (3.20)$$

其中 V_r 决定了 x 的稳态终值, 因为在稳态工作点 ($s \rightarrow 0$) $x = w'/V_r$ 成立。该传递函数的等效时间常数需要通过分子除以分母的多项式除法来确定。 s 的第一幂次项的系数表示等效时间。

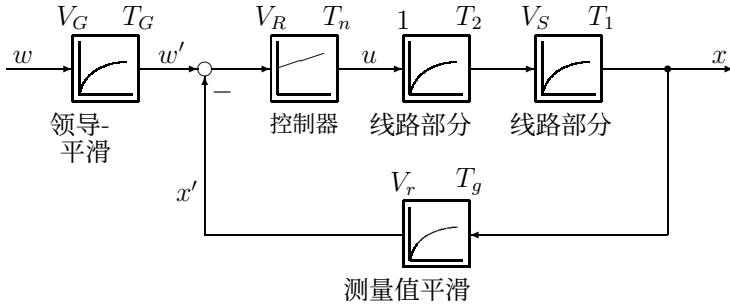
$$G'_{w,ers}(s) = \frac{1}{V_r} \cdot \frac{1}{1 + sT_{ers1} + s^2 T_{ers2}^2 + \dots} \quad (3.21)$$

$$\approx \frac{1}{V_r} \cdot \frac{1}{1 + s(2T_\sigma - T_g)} = V_{ers} \cdot \frac{1}{1 + sT_{ers}} \quad (3.22)$$

与公式 (3.12) 不同, 这里作为等效时间常数仅得到

$$T_{ers} = 2T_\sigma - T_g \quad (3.23)$$

这意味着, 被控量 x 相对于用于优化的反馈量 x' 反应更快。因此, 超调量

图3.6: 带PT₁测量值平滑和引导平滑的控制回路

g

也明显更大, 从而似乎阻尼系数更小, 这是由导引传递函数中的零点引起的。

为了仍然实现所需的幅值最优引导传递函数行为, 必须在设定值分支中插入具有分母多项式时间常数的引导平滑 $G_G(s)$ 。通过这个前置滤波器, 还可以通过选择 $V_G = V_r$ 来补偿 V_{ers} 。

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w(s)} = G_G(s) \cdot G'_w(s) = \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^2T_\sigma^2} \quad (3.24)$$

$$\text{mit } G_G(s) = \frac{w'(s)}{w(s)} = \frac{V_G}{1 + sT_G} = \frac{V_r}{1 + sT_g} \quad (3.25)$$

频率范围内的幅值最优表示 (相位裕度)

幅值最优的断言可以传递到频率范围 (频率特性曲线)。将幅值最优控制器参数代入开环传递函数, 在幅度穿越时得到相位角 0 dB ($|F_0(j\omega_d)| = 1$)

$$\varphi_0 = -90^\circ - 24,5^\circ \Big|_{|F_0(j\omega_d)| = 1} = -114,5^\circ \quad (3.26)$$

由于幅度增益的近似表示, 通常给出近似角 φ_0^* , 而不是精确角 ($\varphi_0 = -114,5^\circ$)

$$\varphi_0^* = -90^\circ - 26,5^\circ \Big|_{|F_0(j\omega)| = 1} = -116,5^\circ \quad (3.27)$$

这相当于相位裕度为 $\varphi_{Rd} = 180^\circ + \varphi_0^* = 63,5^\circ$ (参见图2.11)。

带死区系统的幅值最优

迄今为止的优化规则仅针对最小相位传递元件推导，即对于具有极点和零点仅位于左 s -半平面的稳定传递函数。在最小相位传递函数中，幅值特性和相位特性在频率范围内存在明确关系。

传递函数中，虽然极点被限制在左 s -半平面，但其零点却分布在整个 s -平面，这类函数被称为非最小相位函数。常见的非最小相位传递函数包括全通函数和死区。典型的全通行为由两个延迟环节的输出信号差分产生。死区（也称传输延迟）以传输延迟的形式出现。

在电气驱动技术中，整流器执行元件被用作功率执行元件。其动态特性的数学描述非常复杂。只有部分情况下存在合适的方法来完整描述这些执行元件的调节回路行为。由于这种困难，这些系统通常通过死区 T_t 和增益 V_{STR} 进行简化近似。执行元件是过程的一部分，通过死区 T_t 和增益 V_{STR} 进行近似。

$$G_{STR}(s) = V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \quad (3.28)$$

对于包含整流器执行元件的控制回路优化，因此需要扩展导出的优化标准。在这些问题中最清晰且因此最常用的方法是频率特性曲线法。

按照幅值最优进行优化时，可以选择PI控制器。由此，控制器 $G_R(s)$ 和过程 $G_S(s)$ 的传递函数一般可表示为 $T_t \ll T_1$ 。

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (3.29)$$

$$G_S(s) = \frac{V_S V_{STR}}{1 + sT_1} \cdot e^{-sT_t} \quad (3.30)$$

当按照幅值最优选择控制器跟随时间 $T_n = T_1$ 时，开环控制回路的传递函数会简化。

$$-G_0(s) = V_R \frac{1 + sT_n}{sT_n} \cdot \frac{V_S V_{STR}}{1 + sT_1} \cdot e^{-sT_t} = \frac{V_R V_S V_{STR}}{sT_1} \cdot e^{-sT_t} \quad (3.31)$$

为确定调节器增益 V_R ，在幅值穿越频率 $|F_0(j\omega_d)| = 1$ 时需要相位裕度

$$\varphi_{Rd} = 180^\circ - 116,5^\circ = 63,5^\circ$$

或穿越角

$$\varphi_0 = \underbrace{-90^\circ}_{\text{I-Anteil von } G_0} - \underbrace{26,5^\circ}_{\text{Totzeitanteil von } G_0} = -116,5^\circ \quad (3.32)$$

用 $e^{-sT_t} \rightarrow e^{-j\omega T_t}$ 仍然适用

$$\omega_d T_t = 26,5^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad \text{bzw.} \quad \omega_d = \frac{26,5^\circ}{T_t} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad (3.33)$$

对于任意频率 ω 是 $|e^{-j\omega T_t}| = 1$ 。因此，在幅值穿越频率 ω_d 时，得到 V_R 的整定条件

$$1 = \frac{V_R V_S V_{STR}}{\omega_d T_1} \quad (3.34)$$

$$V_R = \frac{\omega_d T_1}{V_S V_{STR}} = \frac{T_1}{V_S V_{STR}} \cdot \frac{26,5^\circ}{T_t} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \approx \frac{T_1}{2V_S V_{STR} T_t} \quad (3.35)$$

将此结果与幅值最优的整定规则（参见第 50 页）进行比较时，可以看出这些规则也适用于具有纯滞后时间的系统，方法是设定 $T_\sigma = T_t$

对于具有可变纯滞后时间的线路（例如，在电网控制或脉宽调制整流器中），在控制器设计时，以统计平均值出现的纯滞后时间作为基准可能比较有利

3.1.3 幅值最优的数学推导

幅值最优可以普遍应用于高阶线路。在这种情况下，控制器的推导将在下文中进行数学推导。优化条件为

1. 稳定性

2. 负载范围内的幅值最优 $|F_w(j\omega)| \rightarrow 1$

假设一个图3.7所示的单位反馈控制回路，其过程 $G_S(s)$ 为 τ 阶，控制器 $G_R(s)$ 为 $\nu + 1$ 阶。在 $c_0 = 0$ 的情况下，过程包含积分环节；而在 $c_0 \neq 0$ 的情况下，过程仅由比例和延迟环节组成。

$$G_S(s) = \frac{1}{c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots + c_\tau s^\tau} \quad (3.36)$$

$$G_R(s) = \underbrace{r_{-1} s^{-1}}_I + \underbrace{r_0}_P + \underbrace{r_1 s}_D + \underbrace{+ \dots + r_\nu s^\nu}_{\text{schwer realisierbar, da mehrfach differenzierend}} \quad (3.37)$$

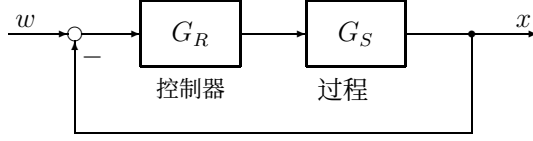


图3.7: 单位反馈控制回路

$$= \frac{r_{-1}}{s} \cdot \left(1 + \frac{r_0}{r_{-1}}s + \frac{r_1}{r_{-1}}s^2 + \dots + \frac{r_\nu}{r_{-1}}s^{\nu+1} \right) \quad (3.38)$$

引导传递函数 $G_w(s)$ 对于 $\tau > \nu$

$$\begin{aligned} G_w(s) &= \frac{-G_0}{1 - G_0} = \frac{G_R \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S} = \frac{G_R}{G_R + \frac{1}{G_S}} \\ &= \frac{r_{-1}s^{-1} + r_0 + r_1s + \dots + r_\nu s^\nu}{r_{-1}s^{-1} + (r_0 + c_0) + (r_1 + c_1)s + \dots + c_{\tau-1}s^{\tau-1} + c_\tau s^\tau} \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$= \frac{1 + \frac{r_0}{r_{-1}}s + \frac{r_1}{r_{-1}}s^2 + \dots + \frac{r_\nu}{r_{-1}}s^{\nu+1}}{1 + \frac{r_0+c_0}{r_{-1}}s + \frac{r_1+c_1}{r_{-1}}s^2 + \dots + \frac{c_{\tau-1}}{r_{-1}}s^\tau + \frac{c_\tau}{r_{-1}}s^{\tau+1}} \quad (3.40)$$

这种最后的变换仅允许在 $r_{-1} \neq 0$ 的情况下进行, 即对于具有积分环节的控制器的。

对于P控制器($r_{-1} = 0$), 根据公式(3.39)可知

$$G_w(s) = \frac{r_0}{r_0 + c_0} \cdot \frac{1 + \frac{r_1}{r_0}s + \dots + \frac{r_\nu}{r_0}s^\nu}{1 + \frac{r_1+c_1}{r_0+c_0}s + \dots + \frac{c_{\tau-1}}{r_0+c_0}s^{\tau-1} + \frac{c_\tau}{r_0+c_0}s^\tau} \quad (3.41)$$

可以看出, 如果 $c_0 \neq 0$, 即过程也不包含积分环节, 则第一个项会导致稳态偏差。在接下来的内容中, 我们再次假设 $r_{-1} \neq 0$ 。为了简化, 现在将公式(3.40)中分子和分母中各个 s 次幂的系数合并在一起。

$$G_w(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_{\nu+1}s^{\nu+1}}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_\tau s^\tau + a_{\tau+1}s^{\tau+1}} \quad (3.42)$$

由系数比较可知:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 & b_0 &= 1 \\ a_1 &= \frac{r_0+c_0}{r_{-1}} & b_1 &= \frac{r_0}{r_{-1}} \\ &\vdots & &\vdots \\ a_{\nu+1} &= \frac{r_\nu+c_\nu}{r_{-1}} & b_{\nu+1} &= \frac{r_\nu}{r_{-1}} \\ a_{\nu+2} &= \frac{c_{\nu+1}}{r_{-1}} & & \\ &\vdots & & \\ a_\tau &= \frac{c_{\tau-1}}{r_{-1}} & & \\ a_{\tau+1} &= \frac{c_\tau}{r_{-1}} & & \end{aligned} \quad (3.43)$$

由此确定的传递函数已固定。现在必须确定系数 a_i 和 b_i ，以实现最优的静态和动态特性。幅度逼近要求 $|F_w(j\omega)| = 1$ 在尽可能高的频率范围内达到最佳，然后呈现低通特性。在频率响应的幅值平方中应用此要求来确定系数。

$$|F_w(j\omega)|^2 = \frac{B_0 + B_2\omega^2 + B_4\omega^4 + \dots}{A_0 + A_2\omega^2 + A_4\omega^4 + \dots} \quad (3.44)$$

此时，在分子和分母中会得到按 ω 幂次排列的多项式，其形式为

$$B_0 + B_2\omega^2 + B_4\omega^4 + \dots = \underbrace{b_0^2}_{B_0} + \underbrace{(b_1^2 - 2b_0b_2)}_{B_2}\omega^2 + \underbrace{(b_2^2 - 2b_1b_3 + 2b_0b_4)}_{B_4}\omega^4 + \dots$$

幅值逼近的优化条件要求，分子和分母中各自的 ω^{2i} 系数在尽可能高的频率下相等，即

$$\begin{array}{lll} A_0 = B_0 & \longrightarrow & a_0^2 = b_0^2 \\ A_2 = B_2 & \longrightarrow & -2a_0a_2 + a_1^2 = b_1^2 - 2b_0b_2 \\ A_4 = B_4 & \longrightarrow & 2a_0a_4 - 2a_1a_3 + a_2^2 = b_2^2 - 2b_1b_3 + 2b_0b_4 \\ \vdots & & \vdots \end{array} \quad (3.45)$$

通过求解此类方程组，现在可以根据公式 (3.43) 确定控制器参数。

示例：PT₂ 过程的 PI 控制器

过程：

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} = \frac{1}{c_0 + c_1s + c_2s^2} \quad (3.46)$$

控制器：

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} = r_{-1}s^{-1} + r_0 \quad (3.47)$$

开环：

$$-G_0(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) = \frac{1 + sT_n}{sT_0 \cdot (1 + sT_1)(1 + sT_\sigma)} \quad (3.48)$$

$$\text{mit } V_0 = V_R \cdot V_S \quad \text{und} \quad T_0 = \frac{T_n}{V_R V_S} = \frac{T_n}{V_0}$$

闭回路:

$$\begin{aligned}
 G_w(s) &= \frac{1 + sT_n}{1 + s(T_n + T_0) + s^2(T_0T_1 + T_0T_\sigma) + s^3T_0T_1T_\sigma} \\
 &= \frac{b_0 + b_1s}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3}
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

系数比较 (所有高于 a_4 和 b_2 的系数均为 0):

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 1 & b_0 &= 1 \\
 a_1 &= T_n + T_0 & b_1 &= T_n \\
 a_2 &= T_0(T_1 + T_\sigma) \\
 a_3 &= T_0T_1T_\sigma
 \end{aligned}$$

由公式(3.45)的三个条件

$$\begin{aligned}
 a_0^2 &= b_0^2 \\
 -2a_0a_2 + a_1^2 &= b_1^2 \\
 -2a_1a_3 + a_2^2 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.50}$$

可以确定 V_R 和 T_n 或 V_0 和 T_0 。

$$\begin{aligned}
 1 &= 1 \\
 -2T_0(T_1 + T_\sigma) + (T_n + T_0)^2 &= T_n^2 \\
 -2(T_n + T_0)T_0T_1T_\sigma + T_0^2(T_1 + T_\sigma)^2 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

将 $T_n = T_0V_0$ 代入公式(3.51)的最后一行, 得到:

$$\begin{aligned}
 -2(V_0T_0 + T_0)T_0T_1T_\sigma + T_0^2(T_1 + T_\sigma)^2 &= 0 \\
 (T_1 + T_\sigma)^2 &= 2(V_0 + 1)T_1T_\sigma
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

$$V_0 = \frac{(T_1 + T_\sigma)^2}{2T_1T_\sigma} - 1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1} \right) \tag{3.53}$$

$$V_R = \frac{V_0}{V_S} = \frac{1}{2V_S} \cdot \left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1} \right) \tag{3.54}$$

根据(3.51)中间方程式, 结合 $T_0 = T_n/V_0$ 可得:

$$-2\frac{T_n}{V_0}(T_1 + T_\sigma) + \left(T_n + \frac{T_n}{V_0} \right)^2 = T_n^2 \tag{3.55}$$

$$-(T_1 + T_\sigma) + T_n \left(1 + \frac{1}{2V_0} \right) = 0 \tag{3.56}$$

将上面推导出的 V_0 关系式代入，得到：

$$T_n = \frac{T_1 + T_\sigma}{1 + \frac{1}{2V_0}} = \frac{T_1 + T_\sigma}{1 + \frac{1}{\left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1}\right)}} = T_1 \cdot \frac{\left(1 + \frac{T_\sigma}{T_1}\right) \cdot \left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1}\right)}{\left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1}\right) + 1} \quad (3.57)$$

如从方法中可以看出，并未为 T_1 与 T_σ 的比例设定任何标准。若现在采用 $T_\sigma \ll T_1$ ，则得到 $V_0 \approx T_1/(2T_\sigma)$ ，从而得出幅值最优的已知优化条件：

$$T_n = T_1 \quad \text{und} \quad V_R = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma} \quad (3.58)$$

3.2 对称最优 (SO)

对称最优 [38]是电气驱动技术中的另一项重要优化标准。它通常用于具有积分成分的线路中，或以变形形式使用，当时间常数比例对于幅值最优优化不利时，为了实现良好的干扰行为而采用。

“对称最优”这一名称指的是开环优化控制回路的频率响应，其相位增益相对于幅值通过点呈对称分布（参见图3.9和图3.14）。

如同幅值最优一样，首先应通过一个实例对对称最优进行直观推导。随后，对于感兴趣者，也将在此处进行优化标准的数学推导，并解释频率响应、阶跃响应以及极点-零点分布。

3.2.1 线路含I分量推导

对称最优的特殊性体现在与幅值最优的比较中，此处将再次简要介绍。幅值最优可以优化那些其开环传递函数 $G_0(s)$ 包含（一个）积分分量以及一个或多个延迟分量的控制回路。在此，与3.1章中的假设不同，积分分量可以包含在控制器中（I-、PI-或PID控制器），而积分分量也可以是线路的一部分（例如PD控制器和IT₂线路）。

只要没有扰动量作用，第二种配置也是最优的，因为过程中的稳态精度由I部分确保。当扰动量作用于过程时（参见图3.8），反而会出现稳态调节偏差。这个缺点可以通过使用

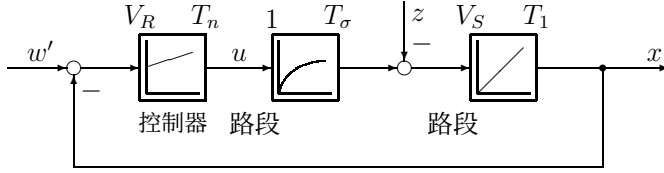


图 3.8: 用于推导对称最优的控制回路

具有积分部分的控制器来消除。为了稳定这种总共具有两个积分部分的控制回路，开发了对称最优方法。

因此，这种优化标准可以在存在单位反馈控制回路的任何时候应用，其中过程具有积分分量，并且静态调节偏差也应在干扰下调节为零。对称最优是具有从属电流控制回路的转速控制回路的典型优化标准。

为了便于推导，应考虑一条 IT_1 -过程（包括执行机构）和一个 PI 控制器（参见图 3.8）。

IT_1 -过程:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad \text{mit } V_S = \text{Streckenverstärkung} \quad (3.59)$$

$T_1 = (\text{gro\ss e}) \text{ Integrationszeitkonstante}$
 $T_\sigma = \text{kleine Zeitkonstante}$

PI 控制器:

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad \text{mit } V_R = \text{Reglerverstärkung} \quad (3.60)$$

$T_n = \text{Nachstellzeit}$

时间常数 T_σ 应像幅值最优一样是一个不可补偿的时间常数，例如一个受控电流控制回路的等效时间常数。

开环控制回路的传递函数 $G_0(s)$ 和闭环控制回路的引导传递函数 $G'_w(s)$ 为:

$$-G_0(s) = G_R(s) G_S(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \cdot \frac{V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad (3.61)$$

$$G'_w(s) = \frac{x(s)}{w'(s)} = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} = \frac{1 + sT_n}{1 + sT_n + s^2 \frac{T_n T_1}{V_R V_S} + s^3 \frac{T_n T_1 T_\sigma}{V_R V_S}} \quad (3.62)$$

在对称最优中，PI 控制器的控制器参数被设置为，在幅值穿越时获得最大的相位裕度 φ_{Rd}

此时产生。通过选择例如 $T_n = 4T_\sigma$ ，在幅值穿越频率 $\omega_d = 1/2T_\sigma$ 处会达到相位边缘 $\varphi_{Rd} = 37^\circ$ （图3.9）。在对称最优的标准设置中，控制器参数必须满足以下条件：

对称最优 (SO) — 标准设置

$$\begin{aligned} T_n &= 4T_\sigma \\ V_R &= \frac{T_n T_1}{8V_S T_\sigma^2} = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma} \end{aligned}$$

对称最优的详细数学推导将在第 3.2.3 节中给出。

代入控制器参数后，对于对称优化的控制回路，得到一个三阶（索引 w' 在图 3.8 中）的引导传递函数。

$$G'_w(s) = \frac{x(s)}{w'(s)} = \frac{1 + s4T_\sigma}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.63)$$

在引导量的阶跃变化时，上述过渡函数与幅值优化的控制回路的过渡函数存在显著差异。对称优化控制回路的阶跃响应具有约 43% 的超调、调节时间 $t_{an} = 3,1 T_\sigma$ 以及在 $\pm 2\%$ 控制误差下的调节时间 $t_{aus} = 17,8 T_\sigma$ 。这种不希望的超调主要归因于分母中的惯性环节 $(1 + s4T_\sigma)$ （图 3.22）。

为了使过渡函数符合预期曲线，必须通过平滑引导量来补偿该计数器项。为此，将一个时间常数为 $T_G = 4T_\sigma$ 的一阶延迟环节接入设定值分支（参见图 3.10）。

$$G_G(s) = \frac{w'(s)}{w(s)} = \frac{1}{1 + sT_G} = \frac{1}{1 + s4T_\sigma} \quad (3.64)$$

或者，也可以使用等效的设定值平滑，如第 4.3 节所述。

在此前提下，控制回路出现 8% 的超调、调节时间 $t_{an} \approx 7,6 T_\sigma$ 以及调节时间 $t_{aus} \approx 13,3 T_\sigma$ （图 3.22）。

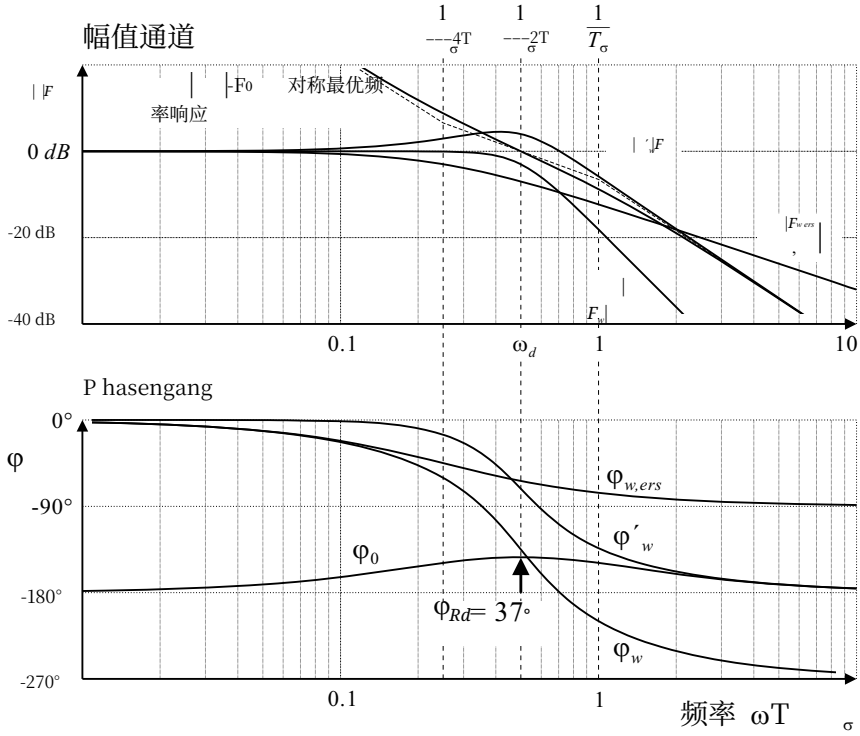


图3.9: 标准设置下对称最优的频率响应—开环 (索引0)、带 (索引 w) 和不带 (索引 w') 引导平滑以及替代函数 (索引 w, ers)

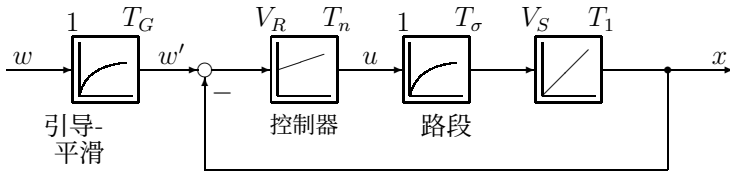


图 3.10: 带引导平滑的控制回路

由此得出频率响应如图3.9所示 (索引 w) 和导引传递函数

$$G_w(s) \Big|_{SO} = \frac{x(s)}{w(s)} = G_G(s) G'_w(s) = \frac{1}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.65)$$

$G_w(s)$ 的分母多项式可以分解为一个实数多项式和一个共轭复数多项式对:

$$G_w(s) = \frac{1}{(1 + s2T_\sigma)(1 + s2T_\sigma + s^2 4T_\sigma^2)} \quad (3.66)$$

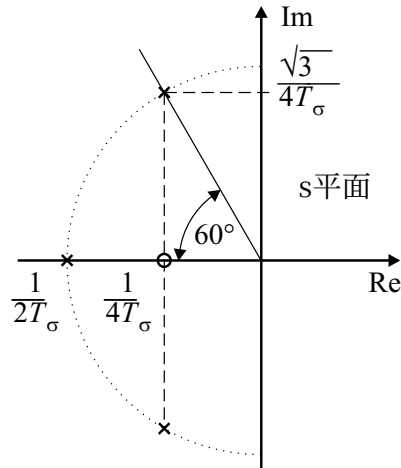


图3.11: 闭环控制回路的极点(x)在对称最优时——零点(o)由前置滤波器补偿 (引导平滑)

具有极点

$$s_1 = -\frac{1}{2T_\sigma} \quad \text{und} \quad s_{2,3} = \frac{1}{4T_\sigma} \left(-1 \pm j\sqrt{3} \right) \quad (3.67)$$

以及回路特征频率 $\omega_0 = 1/(2T_\sigma)$ 和阻尼系数 $D = 0, 5$.

在稳定化以及优化具有两个积分环节的控制回路时，难点在于 $2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$ 的相角和 40 dB 每十倍频程的恒定增益衰减，即低频时回路增益大于 0 dB ，因此回路初始不稳定。对称最优的基本思想是通过控制器的分母多项式（前置补偿）在幅值穿越频率 $\omega_d = 1/(2T_\sigma)$ 范围内减小开环控制回路的相位。

具有时间常数 T_σ 的过程低通部分会增大开环控制回路的相位；因此，超前环节的拐频 $\omega = 1/(4T_\sigma)$ 在较低圆频率时必须低于低通的拐频 $\omega = 1/T_\sigma$ 。

这种关系在图 3.9 中表示。由此可见，超前环节 $\omega = 1/(4T_\sigma)$ 和低通的拐频 $\omega = 1/T_\sigma$ 相对于幅值穿越的圆频率 $\omega_d = 1/(2T_\sigma)$ 对称排列；因此得来“对称最优”这一名称。

正如幅值最优一样，对称最优的导引传递函数同样可以通过等效传递函数进行近似（图3.9中的索引 w, ers ）。但很明显，这是一种非常粗略的近似。

$$G_{w,ers}(s) \Big|_{SO} = \frac{1}{1 + s4T_\sigma} \quad (3.68)$$

通常, 人们会选择一个平滑时间常数, 其值介于 $T_G = 4T_\sigma$ 到 $T_G = 1, 2 \cdot 4T_\sigma$ 之间, 以使超调低于5%的阈值。

3.2.2 对称最优的推广和应用

控制器参数对控制回路行为的影响

通过在确定控制器参数时引入一个因子 a , 可以对对称最优进行推广。由此得出通用整定规则:

对称最优 (SO) — 通用

$$T_n = a^2 \cdot T_\sigma \quad T_n > T_\sigma$$

$$V_R = \frac{1}{a} \cdot \frac{T_1}{V_S T_\sigma}$$

下一章 3.2.3 将阐述这些通用整定规则的推导过程。

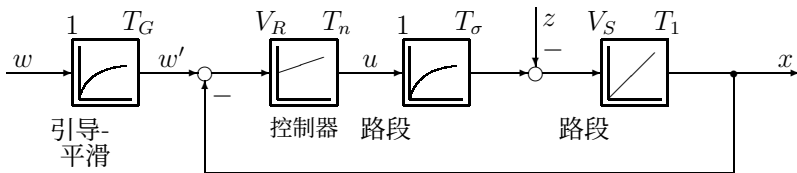


图 3.12: 考虑对称最优单位积分器的过渡行为与频率响应的控制系统

图3.12中所示控制回路的导引与扰动传递特性在不同 a 值下的表现如图 3.13所示。从该图中再次可以看出, 在优化参数选择时, 稳定性与动态之间的折衷。因此导引传递函数变为:

$$G_w(s) \Big|_{SO} = \frac{x(s)}{w(s)} = G_G(s) G'_w(s) = \frac{1}{1 + a^2 T_\sigma s + a^3 T_\sigma^2 s^2 + a^3 T_\sigma^3 s^3} \quad (3.69)$$

与幅值最优类似, 对称最优也旨在使闭环控制回路的频率响应 $|F_w|$ 在最高频率处保持为1:

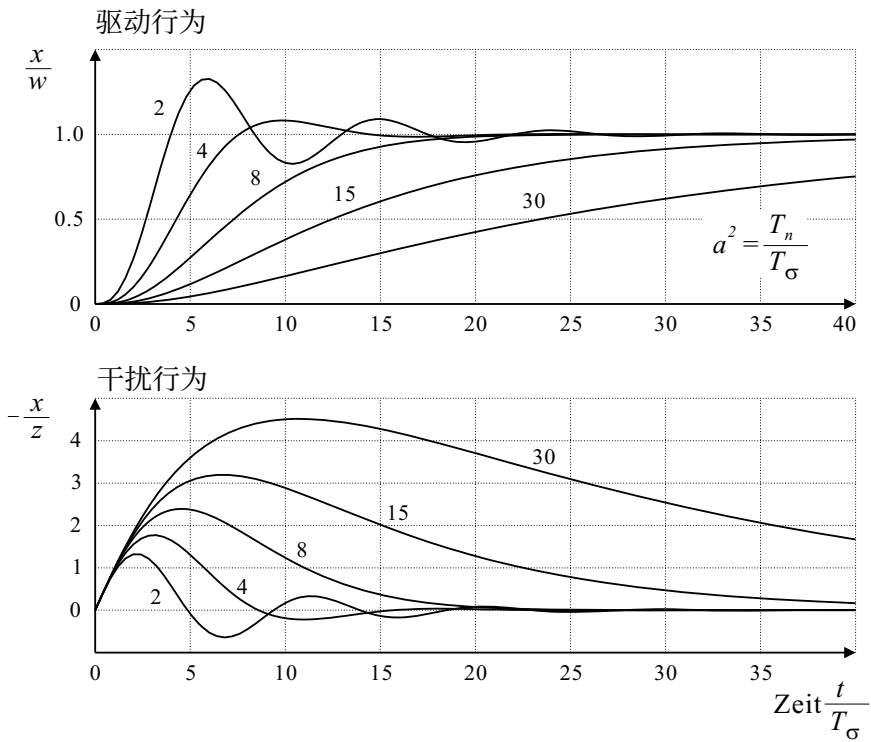


图 3.13: 对称最优下的过渡行为 (标准-SO 对于 $a^2 = T_n/T_\sigma = 4$)

<code>lichst hohen Frequenzen bei Eins zu lassen:</code>

$$F_w(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega a^2 T_\sigma - \omega^2 a^3 T_\sigma^2 - j\omega^3 a^3 T_\sigma^3} \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} |F_w(j\omega)|^2 &= \frac{1}{(1 - \omega^2 a^3 T_\sigma^2)^2 + (\omega a^2 T_\sigma - \omega^3 a^3 T_\sigma^3)^2} \\ &= \frac{1}{1 - 2\omega^2 a^3 T_\sigma^2 + \omega^4 a^6 T_\sigma^4 + \omega^2 a^4 T_\sigma^2 - 2\omega^4 a^5 T_\sigma^4 + \omega^6 a^6 T_\sigma^6} \\ &= \frac{1}{1 + \omega^2 a^3 T_\sigma^2 (a - 2) + \omega^4 a^5 T_\sigma^4 (a - 2) + \omega^6 a^6 T_\sigma^6} \end{aligned} \quad (3.71)$$

当幅度函数的分子和分母多项式中的尽可能多的系数相同时，频率响应函数的幅度在一个很大的频率范围内为 1。

因此必须满足：

$$a = 2 \quad (3.72)$$

稳定性与动态的折衷在图3.13中很明显。

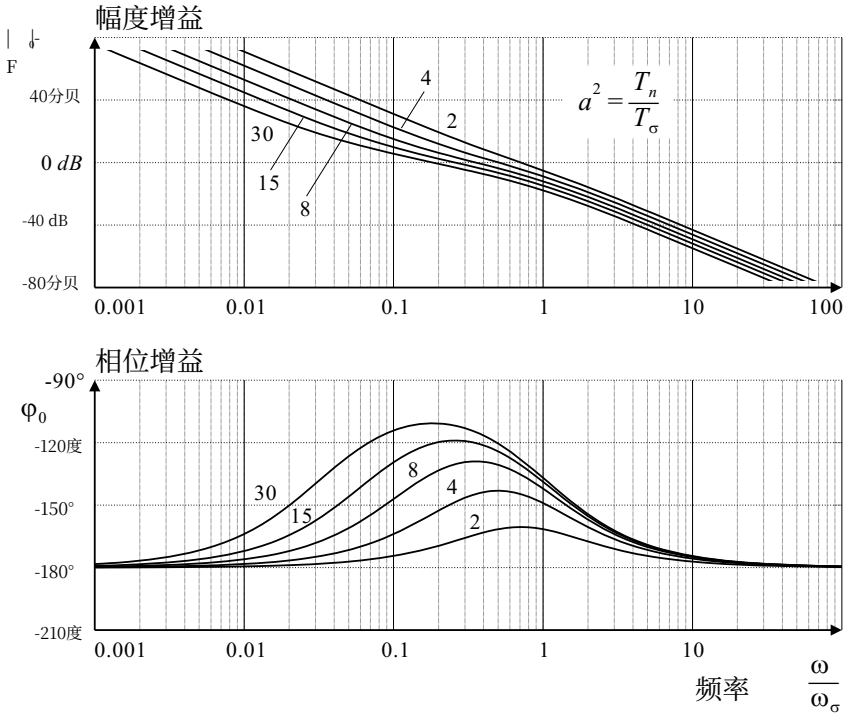


图3.14: 对称最优的频率响应和相位增益

对称最优在频率范围内的表现（相位裕度）

对于对称最优的标准设计 $a^2 = 4$ ，相位角为

$$\varphi_0 \Big|_{|F_0(j\omega_d)|=1} = -143^\circ$$

并因此产生相位裕度为 $\varphi_{Rd} = 180^\circ + \varphi_0 = 37^\circ$ 。

相反，如果选择更大的系数 a ，频率响应的幅度下降区域 $|F_0(j\omega)|$ 将更大，大约每圆频率十倍下降 20 dB 。同时，相位变化的峰值将接近值 -90° ，从而提高过渡行为的阻尼（参见图3.14）。

无I分量线路的扩展适用范围

在推导幅值最优时，对于不含积分环节的线路（参见图3.15），已给出该控制回路结构的适用范围 $T_\sigma < T_1 \leq 4T_\sigma$ 。对于时间常数 $T_1 > 4T_\sigma$ ，这种优化在干扰行为方面会导致不令人满意的结果。

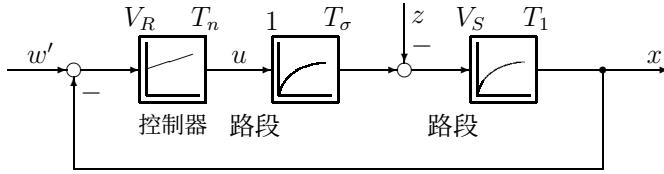
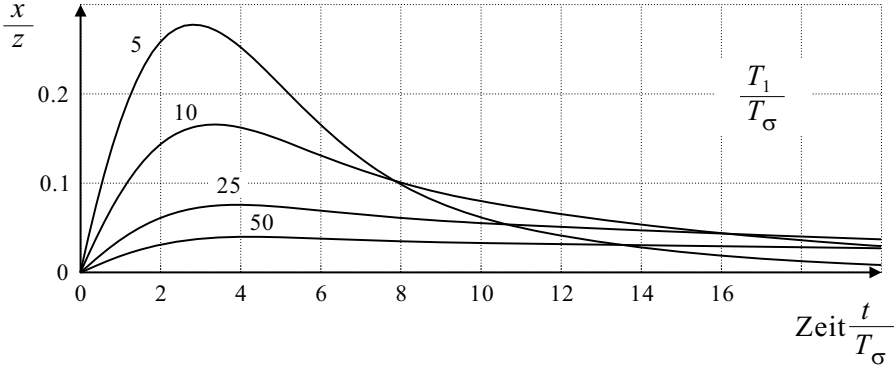


图 3.15: 考虑对称最优的控制系统

图 3.16: 量值优化的控制系统的干扰行为，在 $T_1 > 4T_\sigma$ 和无 I 分量的路段

从图3.16可以看出，超调时间随着时间常数 T_1 相对于小时间常数 T_σ 的比例增大而显著增加。当线路为PT₂且控制器为PI控制器时，若在 $T_1 > 4T_\sigma$ 处将优化条件近似为对称最优（参见图3.13的 $a^2 = 4$ ），则可期待显著更优的干扰行为。

这种方法的根本思路是，在 $T_1 \gg T_\sigma$ 中，低通滤波器的拐角频率 $\omega = 1/T_1$ 与大的时间常数相比，在非常低的圆频率处，而具有小时间常数的低通滤波器的拐角频率 $1/T_\sigma$ 则不同。

因此，在具有小时间常数的低通滤波器的拐角频率范围内，具有大时间常数低通滤波器的幅度响应大约是 20 dB 每十倍频段，相位角大约是 -90° ，也就是说，该处的低通特性大致相当于积分器的特性。基于这一思路，可以得出以下将对称最优的优化条件传递到具有两个PT₁部分的过程的数学传递。

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad (3.73)$$

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (3.74)$$

众所周知，在对称最优中会出现特征分母多项式 $1 + s4T + s^28T^2 + s^38T^3$ 。现在，这个 $1 + s4T + s^28T^2 + s^38T^3$ 也将在本征中应用。

情况 e 为此, 将引入两个校正因子 k_1 和 k_2 。

$$T_n = k_1 \cdot 4T_\sigma \quad \text{und} \quad V_R = k_2 \cdot \frac{T_1}{2V_S T_\sigma} \quad (3.75)$$

将这两个方程代入控制器传递函数, 可以得到开环传递函数 $G_0(s)$ 以及闭环控制回路的引导传递函数 $G'_w(s)$

$$-G_0(s) = \frac{k_2 T_1}{2V_S T_\sigma} \cdot \frac{1 + s4k_1 T_\sigma}{s4k_1 T_\sigma} \cdot \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad (3.76)$$

$$G'_w(s) = \frac{1 + s4k_1 T_\sigma}{1 + s \left(4k_1 T_\sigma + 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} \right) + s^2 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} (T_1 + T_\sigma) + s^3 8 \frac{k_1 T_\sigma^3}{k_2}} \quad (3.77)$$

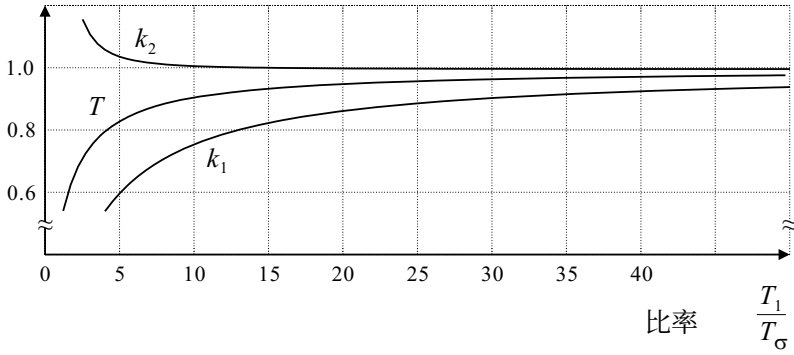


图 3.17: 对称最优: 无 I 分量过程的校正因子

现在将此引导传递函数的分母与对称最优的特征标准多项式相等:

$$\begin{aligned} 1 + s \left(4k_1 T_\sigma + 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} \right) + s^2 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} (T_1 + T_\sigma) + s^3 8 \frac{k_1 T_\sigma^3}{k_2} \\ \stackrel{!}{=} 1 + s4T + s^2 8T^2 + s^3 8T^3 \end{aligned} \quad (3.78)$$

系数比较结果为:

$$4k_1 T_\sigma + 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} = 4T \quad (3.79)$$

$$8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} \cdot (T_1 + T_\sigma) = 8T^2 \quad (3.80)$$

$$8 \frac{k_1 T_\sigma^3}{k_2} = 8T^3 \quad (3.81)$$

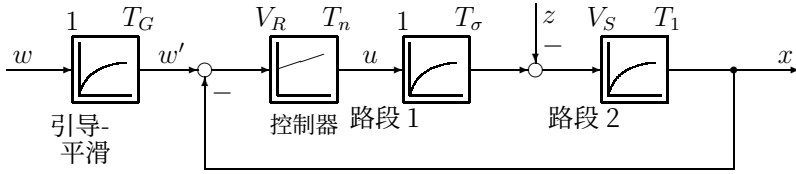


图3.18: 考虑了引导平滑的扩展对称最优控制回路的过渡行为

这个三元未知数方程组 k_1 , k_2 和 T 的解为:

$$k_1 = \frac{1 + \left(\frac{T_\sigma}{T_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{T_\sigma}{T_1}\right)^3} \quad (3.82)$$

$$k_2 = 1 + \left(\frac{T_\sigma}{T_1}\right)^2 \quad (3.83)$$

$$T = \frac{T_1 T_\sigma}{T_1 + T_\sigma} \quad (3.84)$$

在图3.17中, k_1 、 k_2 和 T 作为时间常数比 $T_1/T_\sigma \geq 4$ 的函数被绘制。使用公式(3.82)和(3.83)的设置规则, 在图3.19中显示了使用引导平滑可达到的结果(考虑的控制回路见图3.18)。如果干扰在执行元件之前发生, 则会出现图3.20所示的干扰行为。

该优化标准在驱动技术中应用, 当定子时间常数 T_A 大于 $4T_\sigma$ 且电流控制回路的干扰行为很重要时。通常, 定子时间常数 $T_A \gg 4T_i$ 是电流整流器执行元件的替代总时间 T_t 。从图3.17中还可以看出, 对于 $T_1/T_\sigma \rightarrow \infty$ 适用:

$$k_1 \rightarrow 1 \quad \text{und} \quad k_2 \rightarrow 1$$

根据公式(3.75)的设置规则, 此时会转化为对称最优的标准形式(参见第62页)。

若使用这些标准设置规则通过时间常数比 $T_1/T_\sigma < \infty$ 进行简化, 那么当然不能期望得到与对称最优完全相同的行为。相反, 通过将因子 $k_1 = k_2 = 1$ 代入公式(3.77), 领导传递函数将得到:

$$G'_w(s) = \frac{1 + s4T_\sigma}{1 + s\left(4T_\sigma + 8\frac{T_\sigma^2}{T_1}\right) + s^2 8\frac{T_\sigma^2}{T_1}(T_1 + T_\sigma) + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.85)$$

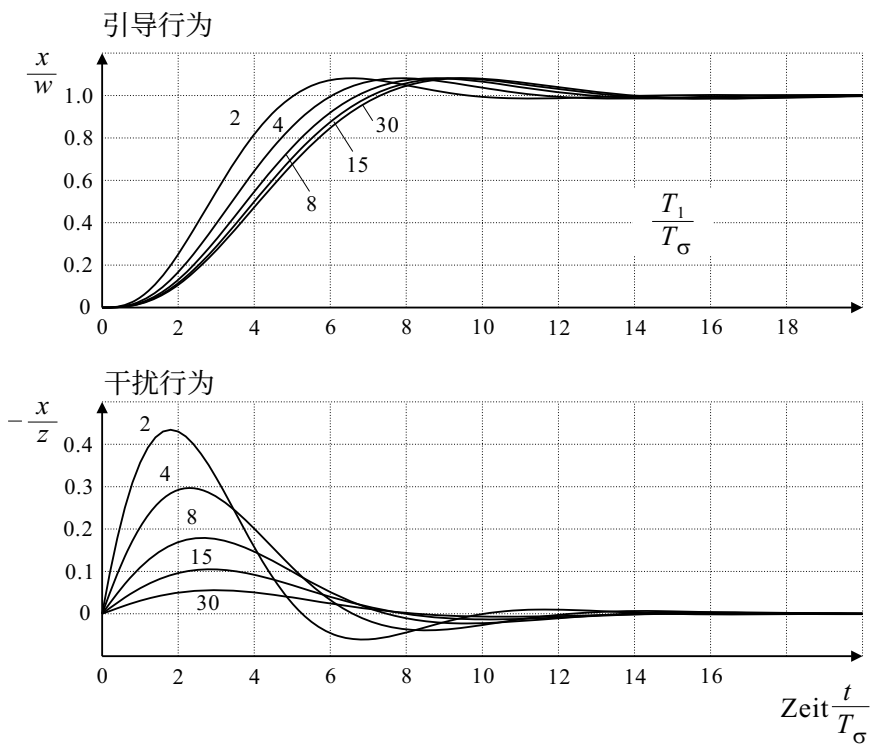


图3.19：扩展对称最优的过渡行为：引导量平滑时的引导行为，路段1和2之间干扰时的干扰行为

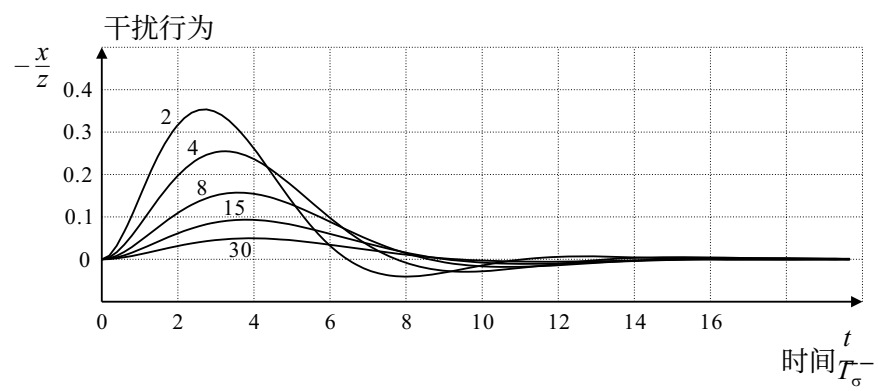


图3.20：扩展对称最优的过渡行为：在攻击线路前的干扰行为（即图3.18中线路两端的路段之前）

该导引传递函数以及最大超调、调节和反调节时间均取决于 T_1/T_σ 。第62页的简化设定规则同样在第81页的优化表中使用。

同样可以通过阻尼最优（一种通用优化方法）获得与公式(3.82)和公式(3.83)相同的校正因子结果，该方法在第4章将详细讨论。

因此，扩展对称最优在电力驱动技术中尤其适用于锚定时间常数 T_A 大于 $4T_\sigma$ 且电流控制回路干扰行为重要的情况。当 T_σ 表示电流逆变器环节的替代总时间 T_t 时，这种情况通常发生。当控制回路存在附加时间常数（例如测量元件）时，情况略有不同，如第3.1.2节所述。

3.2.3 对称最优的数学推导

对称最优的推导起点是要求在幅值穿越时具有最大相位裕度 φ_{Rd} 。作为计算示例，采用一条IT₁-过程和一个PI控制器（参见图3.8）。控制器 $G_R(s)$ 和过程 $G_S(s)$ 的传递函数为：

$$G_S(s) = \frac{V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad (3.86)$$

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (3.87)$$

通过合理选择跟随时间 T_n ，可以设定相位裕度 φ_{Rd} ，使控制回路获得所需的阶跃响应特性。首先适用于一般情况

$$\boxed{T_n = a^2 \cdot T_\sigma ; a > 1} \quad (3.88)$$

从开环控制回路的频率响应

$$\begin{aligned} -F_0(j\omega) = F_R(j\omega) \cdot F_S(j\omega) &= \frac{V_R(1 + j\omega T_n)}{j\omega T_n} \cdot \frac{V_S}{j\omega T_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega T_\sigma} \\ &= \frac{V_R \cdot V_S \cdot (1 + j\omega T_n)}{-\omega^2 T_n \cdot T_1 (1 + j\omega T_\sigma)} \end{aligned} \quad (3.89)$$

可以得到开环控制回路的相位 φ_0

$$\varphi_0 = \angle \text{Zähler} - \angle \text{Nenner} = \arctan\left(\frac{\omega T_n}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega T_\sigma}{1} + \pi\right) \quad (3.90)$$

确定。

通过推导

$$\frac{d\varphi_0}{d\omega} = \frac{T_n}{1 + \omega^2 T_n^2} - \frac{T_\sigma}{1 + \omega^2 T_\sigma^2} \stackrel{!}{=} 0 \quad (3.91)$$

可以确定圆频率

$$\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{T_n T_\sigma}} \quad (3.92)$$

在此时 φ_0 取得最大值。 φ_0 的这个最大值应在幅值穿越频率 $\omega_d = \omega_{max}$ 处产生：

$$|-F_0(j\omega)| \Big|_{\omega = \omega_D = \omega_{max}} = \frac{V_R \cdot V_S \cdot \sqrt{1 + \omega^2 T_n^2}}{\omega^2 \cdot T_n \cdot T_1 \sqrt{1 + \omega^2 T_\sigma^2}} \stackrel{!}{=} 1 \quad (3.93)$$

根据这一要求，对于调节器增益有：

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{\omega_{max}^2 \cdot T_n \cdot T_1 \cdot \sqrt{1 + \omega_{max}^2 \cdot T_\sigma^2}}{V_S \cdot \sqrt{1 + \omega_{max}^2 \cdot T_n^2}} = \frac{\frac{1}{T_n \cdot T_\sigma} \cdot T_n \cdot T_1 \sqrt{1 + \frac{1}{T_n \cdot T_\sigma} \cdot T_\sigma^2}}{V_S \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{T_n \cdot T_\sigma} \cdot T_n^2}} \\ &= \frac{T_1 \sqrt{1 + \frac{T_\sigma}{T_n}}}{V_S \cdot T_\sigma \sqrt{1 + \frac{T_n}{T_\sigma}}} = \frac{T_1 \sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}}{V_S \cdot T_\sigma \sqrt{1 + a^2}} = \frac{T_1 \sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}}{V_S \cdot T_\sigma \cdot a \sqrt{\frac{1}{a^2} + 1}} \\ &\quad \boxed{V_R = \frac{T_1}{V_S \cdot T_\sigma \cdot a}} \end{aligned} \quad (3.94)$$

为了像幅值最优一样，使频率响应 $|F'_w(j\omega)|$ 在尽可能宽的频率范围内保持接近1，并且像相位最小系统那样保持相位较小，必须满足由方程 (3.71) 和 (3.72) 推导出的条件：

$$|F_w(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^2 a^3 T_\sigma^2 (a - 2) + \omega^4 a^5 T_\sigma^4 (a - 2) + \omega^6 a^6 T_\sigma^6} \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

因此，对于SO优化的控制系统，标准设置的条件是 $T_n = 4T_\sigma$ ，由此得出闭环对称优化控制系统的已知传递函数 $G'_w(s)$ ：

$$G'_w(s) = \frac{1 + s4T_\sigma}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.95)$$

3.3 选择控制器和确定优化

凭借幅值最优和对称最优的知识，过去在电气驱动技术中解决了绝大多数控制回路优化问题。为了清晰起见，表3.1再次展示了针对不同任务的各种可能组合。

表3.1：控制器选择表格

	I- 比例 T_1	过程 PT_1 -时间常数					控制器- 设计	控制器	
		大的 T_1 T_2		小的 $4T_\sigma > T_1$ $4T_\sigma \leq T_1$ $4T_\sigma \ll T_1$				优化- 阶梯- 标准	设定值- 平滑 T_G
1				●	●	●	I	BO	—
2		●		●			PI	基尼系数 (对称最优)	—
3		●			●		PI	对称最优 (基尼系数)	$0 \dots 4T_\sigma$
4		●				●	P (π)	BO (对称最优)	$(4T_\sigma)$
5		●	●	●			PID	BO (对称最优)	—
6		●	●		●		PID	对称最优 (基尼系数)	$0 \dots 4T_\sigma$
7		●	●			●	PD (PID)	基尼系数 (对称最优)	$(4T_\sigma)$
8	●			●	●		PI	SO	$4T_\sigma$
9	●					●	P (π)	基尼系数 (对称最优)	$(4T_\sigma)$
10	●		●	●	●		PID	SO	$4T_\sigma$
11	●		●			●	PD (PID)	基尼系数 (对称最优)	$(4T_\sigma)$

在“过程”列中指定是否存在I分量或一个或两个较大的延迟时间常数。假设存在另一个较小的时间常数 T_σ 。在“较小”列中给出该较小时间常数与最大时间常数 T_1 的允许比例范围。在行1、8和10中，对于多个范围可以选择相同的设置。在“控制器”列下方给出控制器类型、优化规则以及引导量平滑（设定值平滑）的时间常数。

此外，在行4、7、9和11中，需要考虑由于规则错误是否允许使用P或PD控制器代替具有I分量的控制器进行非稳态运行。在这种情况下，只有应用对称最优时引导量平滑才有意义。在使用PID控制器时，还需要注意D分量会补偿过程第二大的时间常数 T_2 。其余PI控制器的优化则根据剩余时间常数或积分常数，采用幅值最优或对称最优进行。

一个特例是二阶过程具有复时间常数，即（通常阻尼的）振荡过程，这相当于

阻尼系数 $D < 1$ 相当于。在这些被控对象中需要考虑的是，在以接近共振频率的频率进行激励时，幅值增益会出现超调，并且相位会发生快速变化。只有当幅值穿越频率 ω_d 尽可能远离共振频率 ω_0 时，才能实现高调节速度和确定的阻尼关系。在这个圆频率范围内，被控对象可以通过高频渐近线来近似。闭合控制回路具有哪些静态和动态特性，由可能存在的其他时间常数决定，以及必须选择带有或不带 I 部分的控制器。如果 $\omega_d < \omega_0$ 是真（例如， T_σ 可以通过下级电流控制回路确定），那么必须将 ω_d 降低到足以保证充分阻尼的程度。但在此情况下，通常必须接受调节动态的显著恶化。或者，也可以根据阻尼最优来设计适用于振荡线路的控制器（参见第4章）。

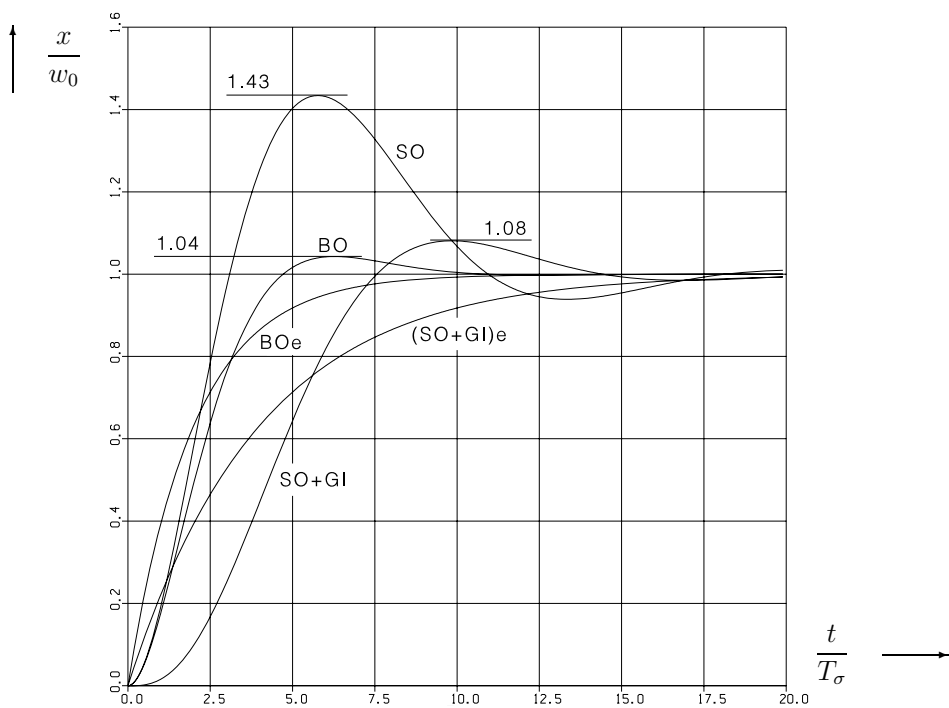
最后，考虑一个特殊情况，即控制量的反馈 x 不是比例反馈，而是一个延迟反馈，例如在3.1.2节中所述。在这种情况下，将所描述的优化规则应用于开环控制回路 $-G_0(s) = G_R(s)G_S(s)G_r(s)$ 。此时，该控制回路的引导行为将与优化后的引导行为不同，因为反馈中的延迟环节的极点在引导传递函数中作为零点（保持）出现。因此，需要对控制量进行相应的平滑处理（参见3.1.2节）。

另一种方法是使用控制器配置，将反馈的延迟时间移至前向路径，从而对引导量和控制量都生效。

关于调节时间 t_{an} 、整定时间和最大超调 x_{max} 的定义，请参见图 3.21。在那里，左侧列出了引导量 w 突变时的关系，右侧列出了扰动量 z 突变时的关系。对于稳态精度的情况，即 $x_\infty/w_0 = 1$ 或 $x_\infty/z_0 = 0$ ，可从中间的两个图表中获取调节时间和整定时间以及最大超调的定义。如果稳态精度不满足，即 $x_\infty/w_0 \neq 1$ 或 $x_\infty/z_0 \neq 0$ ，则以下两个图表起决定性作用。

图 3.22 展示了幅值最优 (BO) 及其替代函数 (BOe)、对称最优 (SO)、带设定值平滑的对称最优 (SO+GI) 及其替代函数 ((SO+GI)e) 的过渡函数。

第81页的表格中清晰汇总了迄今为止的成果。对于线路类型 PT_1, PT_2, PT_3, IT_1 和 IT_2 ，列出了按幅值最优或对称最优可能的控制结构，以及它们的有效范围和可达到的控制质量。



- BO

:

幅值最优
- BOe

:

BO的替代函数, 参见公式(3.12)
- SO

:

对称最优
- SO+GI

:

带设定值平滑的对称最优
- (对称最优+平滑)e

:

对称最优+平滑的替代函数, 参见公式(3.68)

图3.22：幅值最优和对称最优时的过渡函数

引导平滑对于对称最优在PT_n-线路中在图3.25中给出。为了比较，同一图表还显示了幅值最优可实现的调节时间和调节时间；在这种情况下，*t_{an}*和*t_{aus}*与*T₁/T_σ*无关，因此是恒定的。

在图3.24中，还绘制了PT_n-线路在幅值最优和对称最优（带和不带引导平滑）时的最大超调*x_{max}/w*，以及对称最优在使用引导平滑时产生的替代时间常数*T_{erso}*

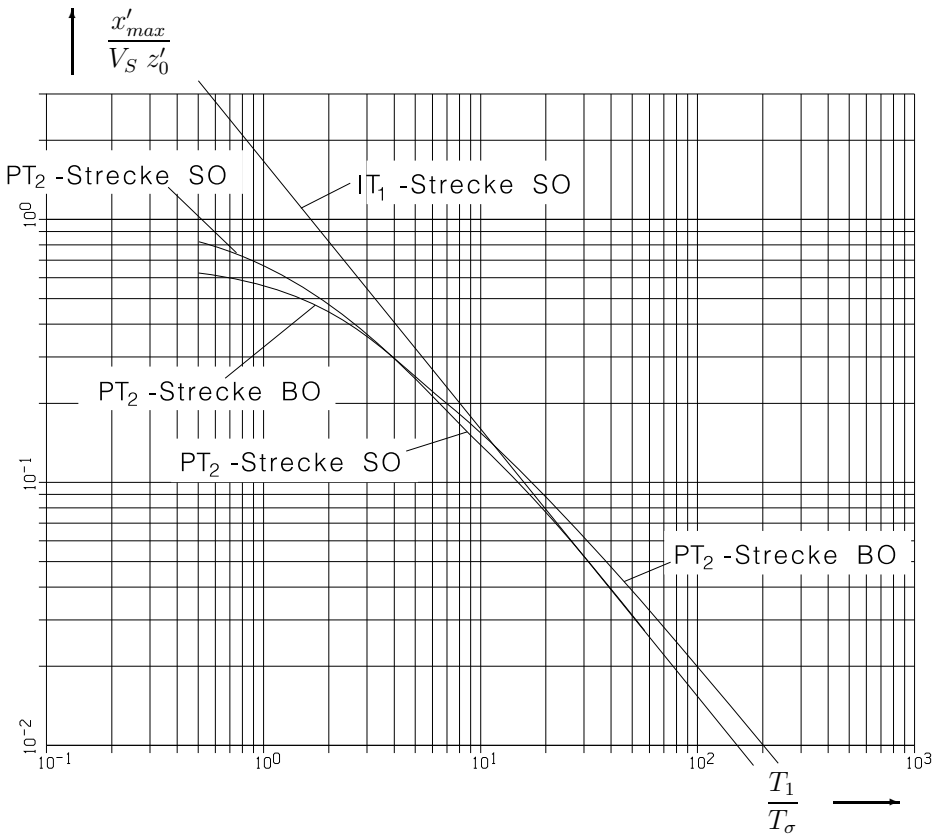


图 3.23: 幅值和对称优化线路的干扰量跃变时的最大调节量偏差

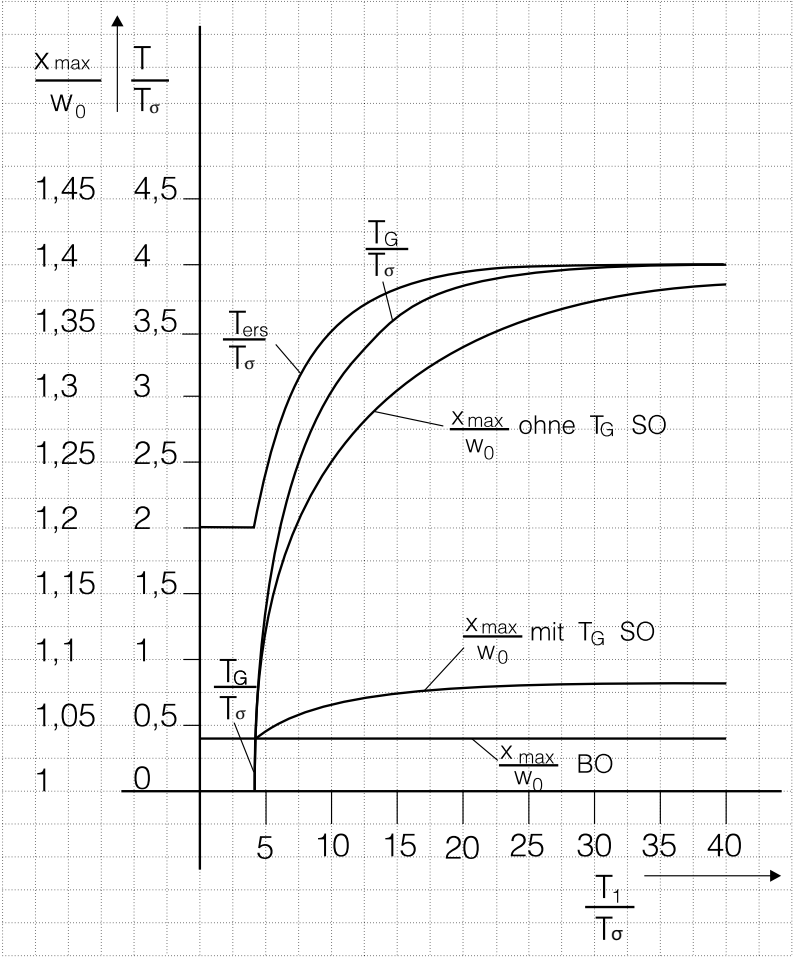


图 3.24: 设定值平滑、替代时间常数和幅值和对称优化线路的引导量跃变时的最大超调

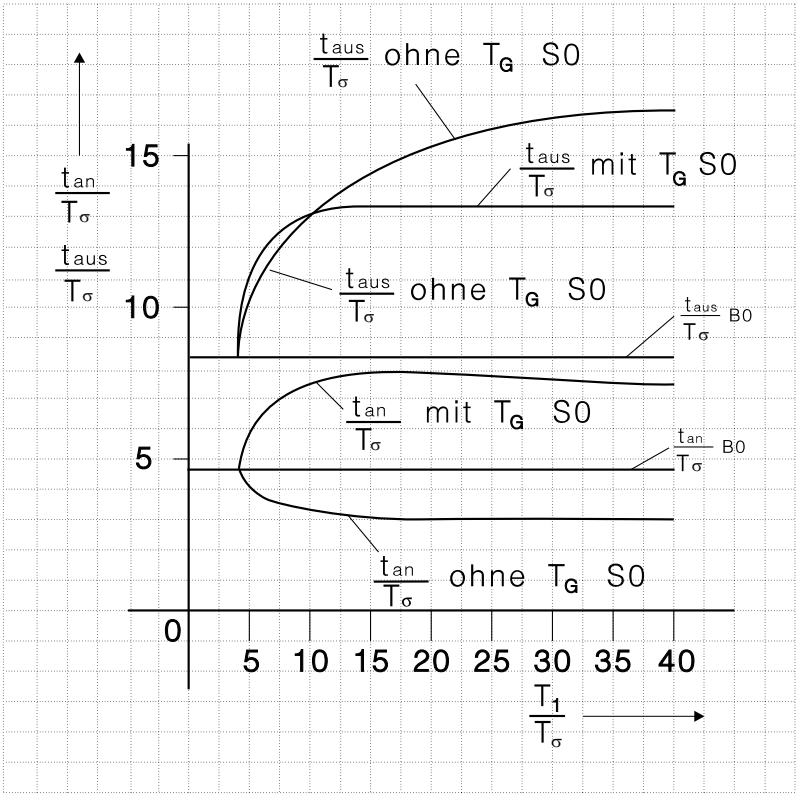
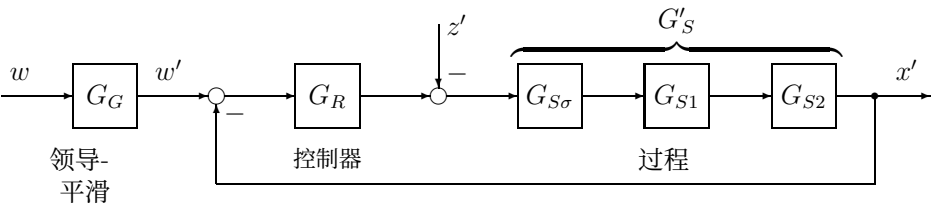
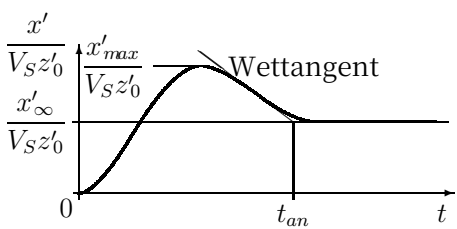
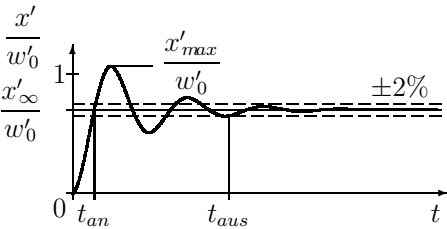
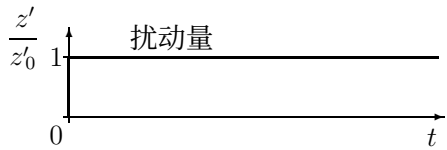
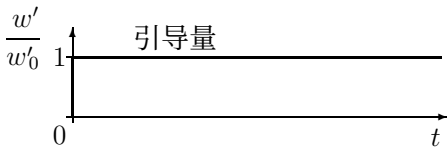


图 3.25: 幅值与对称最优: 具有PT特性的线路在引导量跳变时的过程与抗扰调节时间

3.4 优化表



·										
		$G_{\frac{1}{s}}$	$G_{..}$	Γ^{ab}	G_B	·				
							π	Λ_B	Λ_a	Λ_G
I	I	$\frac{\Lambda_a}{I + a}$		I	$\Lambda_B \frac{I}{s}$	—	$\frac{I}{s + \Lambda_a}$	—	—	—
3	3	$\frac{\Lambda_a}{(I + 1)(I + a)}$	$\frac{\Lambda_a}{\Lambda_a} \gg I$		Λ_B	—	$\frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	—	—	—
3				BI	$\Lambda_B \frac{I + a}{s \Lambda_B}$	BO	$\Lambda_a \frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	—	—	—
4				BI	$\Lambda_B \frac{I + a}{s \Lambda_B}$	4	$a \frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	—	—	$0 \cdot \frac{I}{a}$
2	3	$\frac{\Lambda_a}{(I + 1)(I + 3)(I + a)}$	$\frac{\Lambda_a}{\Lambda_a} \gg I$		$\Lambda_B(I + a)$	—	$\frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	Λ_a	—	—
0					$\frac{(I + a)(I + a)}{s \Lambda_B}$	BO	$\Lambda_a \frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	Λ_a	—	—
1					$\frac{(I + a)(I + a)}{s \Lambda_B}$	4	$a \frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	Λ_a	—	$0 \cdot \frac{I}{a}$
8	II	$\frac{\Lambda_a}{s \Lambda_B (I + a)}$	$\frac{\Lambda_a}{\Lambda_a \Lambda_a} \gg I$		Λ_B	—	$\frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	—	—	—
0				BI	$\Lambda_B \frac{I + a}{s \Lambda_B}$	4	$a \frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	—	—	$\frac{I}{a}$
10	II	$\frac{\Lambda_a}{s \Lambda_B (I + 3)(I + a)}$	$\frac{\Lambda_a}{\Lambda_a \Lambda_a} \gg I$		$\Lambda_B(I + a)$	—	$\frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	Λ_a	—	—
11					$\frac{(I + a)(I + a)}{s \Lambda_B}$	4	$a \frac{\Lambda_a}{s + \Lambda_a}$	Λ_a	—	$\frac{I}{a}$



L					P			
$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$ (±5%)	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	
0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	1
(0.3)	(0.3)	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	5	(0.3)	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	5
0.3	0.3	0.3	0.3	5	0.3	0.3	0.3	3
0.3 ... 0.3	0.3 ... 0.3	0.3 ... 0.3	0.3	—	0.3	0.3	0.3	4
0.3 ... 0.3	0.3 ... 0.3	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	0.3	5 ... 5	0.3	0.3	0.3	2
(0.3)	(0.3)	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	5	(0.3)	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	0
0.3	0.3	0.3	0.3	5	0.3	0.3	0.3	1
0.3 ... 0.3	0.3 ... 0.3	0.3 ... 0.3	0.3	—	0.3	0.3	0.3	2
0.3 ... 0.3	0.3 ... 0.3	0.3 ... 0.3	0.3	5 ... 5	0.3	0.3	0.3	10
0.3	0.3	0.3	0.3	5	(0.3)	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	0
0.3	0.3	0.3	0.3	—	0.3	0.3	0.3	0
0.3	0.3	0.3	0.3	5	0.3	0.3	0.3	10
0.3	0.3	0.3	0.3	—	0.3	0.3	0.3	11

3.5 引导行为 bei rampenförmiger Anregung

在所有之前的考虑中, 都假定了一种典型的引导量变化过程为设定值阶跃。

$$w(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 0 \\ 1 & \text{für } t > 0 \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad w(s) = \frac{1}{s} \quad (3.96)$$

对于一般的引导传递函数 $G_w(s)$, 在设定值阶跃时, 极限值为:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot \underbrace{G_w(s) \cdot \frac{1}{s}}_{x(s)} \right] \quad (3.97)$$

如果用斜坡函数代替设定值阶跃作为引导量,

$$w(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 0 \\ t/T_{AN} & \text{für } t > 0 \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad w(s) = \frac{1}{s^2 T_{AN}} \quad (3.98)$$

则极限值为:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot G_w(s) \cdot \frac{1}{s^2 T_{AN}} \right] \quad (3.99)$$

对于具有单位反馈和开环传递函数 $-G_0(s)$ 或闭环控制回路引导传递函数 $G_w(s)$ 的标准控制回路, 一般地, 引导误差 $E(s)$ 满足 $E(s) = 1 - G_w(s)$ 。其中, 1 代表理想传递函数, $G_w(s)$ 代表实际传递函数。

对于采用对称最优设计的具有设定值平滑的控制回路, 其引导传递函数为:

$$G_w(s) \Big|_{\text{SO}} = \frac{1}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.100)$$

因此, 引导误差满足:

$$E(s) = 1 - G_w(s) = \frac{s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.101)$$

边界过渡 $t \rightarrow \infty$ 对于引导量误差 $e(t)$:

$$\text{bei } w(s) = \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot E(s) \cdot \frac{1}{s} \right] = 0$$

$$\text{und bei } w(s) = \frac{1}{s^2 T_{AN}} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot E(s) \cdot \frac{1}{s^2 T_{AN}} \right] = \frac{4T_\sigma}{T_{AN}}$$

这意味着，当引导量发生阶跃时不会留下稳态调节误差，而在斜坡激励下则会出现稳态调节误差。

一种可能的解决纯斜坡激励问题的方法是在引入微分（PD）成分，这在当前示例中可以通过取消引导量平滑（如跳跃激励中引入的）来实现。因此，对于引导传递函数：

$$G'_w(s) \Big|_{\text{SO}} = \frac{1 + s4T_\sigma}{1 + s4T_\sigma + s^28T_\sigma^2 + s^38T_\sigma^3} \quad (3.102)$$

对于引导误差

$$E'(s) = 1 - G'_w(s) = \frac{s^28T_\sigma^2 + s^38T_\sigma^3}{1 + s4T_\sigma + s^28T_\sigma^2 + s^38T_\sigma^3} \quad (3.103)$$

边界过渡 $t \rightarrow \infty$ 现在为：

$$\text{bei } w(s) = \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot E'(s) \cdot \frac{1}{s} \right] = 0$$

$$\text{und bei } w(s) = \frac{1}{s^2 T_{AN}} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot E'(s) \cdot \frac{1}{s^2 T_{AN}} \right] = 0$$

对于引导传递函数公式(3.102)，需要注意的是，由于分子多项式 $1 + s4T_\sigma$ 在引导量跳跃式变化时会出现显著超调。因此，只有在确保设定值不会跳跃式变化而是始终仅斜坡式变化的情况下（即其斜率不超过特定梯度），放弃设定值平滑才是合理的，另见第5.4节。

3.6 共振P控制器

在直流电机的电流控制回路和转速控制回路的优化中，分别采用了PI控制器，并通过在设定值进行阶跃激励时的过渡函数来检验优化效果。直流电机的动态行为由控制器的P部分决定，而稳态精度则由I部分决定。如第3.5章的导数所示，当设定值变化不是阶跃形式时，优化效果不再适用。等式(3.101)显示了转速恒定值在梯形设定值变化下的跟踪误差 $E(s)$ 。假设控制器的比例增益 V_R 可以无限增大，则由公式(3.62)可知，当 V_R 趋于无穷大时，跟踪传递函数

$G_w(s) = 1$ 是。将此结果代入公式(3.101)中, 则得到 $E(s) = 0$ 。

在交流电机背靠背逆变器中, 电网电流呈正弦波状, 频率为固定的 f_N (电网频率), 且幅值可变。若要使实际电网电流无相位误差地跟随设定值, 则电网电流控制器在电网频率 f_N 时必须提供高增益。由于电网电流控制器在固定电网频率 f_N 下工作, 一方面, 与用于直流电机的PI控制器BO相比, 在频率降低时无需不断增加增益以实现稳态精度。另一方面, 在高于 f_N 的频率时, 电网侧执行元件的动态特性随频率增加需要像BO一样出现增益下降, 以确保控制回路的稳定性。

为实现电网频率下的比例增益提升, 将PI控制器用具有 V_R 比例增益和 T_n 跟随时间的共振P控制器 $G_{R1}(s)$ 替代。该共振P控制器仅在电网环频率 $f_N = f_0$ 或 $\omega_N = \omega_0$ 时——参见图3.26——具有理论上无限增益, 并在高频时使幅度和相位曲线接近BO曲线——式(3.104)——的曲线。PI控制器的传递函数 $G_R(s)$

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{(1 + sT_n)}{sT_n} \quad (3.104)$$

被共振P控制器——PR控制器——的传递函数 $G_{R1}(s)$ 替代。

[482]Zmood, D.; Holmes, D.

固定帧电流调节PWM逆变器零稳态误差。(2003)

$$G_{R1}(s) = V_R \cdot \left(1 + \frac{s}{T_n (s^2 + \omega_0^2)} \right) \quad (3.105)$$

实现 $G_{R1}(s)$ 可能存在困难, 一个更友好的应用版本是 $G_{R2}(s)$

$$G_{R2}(s) = V_R \cdot \left(1 + \frac{s}{T_n (s^2 + \omega_r s + \omega_0^2)} \right) \quad (3.106)$$

图 3.26 比较展示了 PI 控制器—时滞—PT₁ 和 PR 控制器—时滞—PT₁ 的 Bode 图。参数为: $T_t = 0, 15\text{ms}$, $T_1 = 1, 72\text{ms}$, $V_R = 0, 58$ 和 $f_r = 0, 1\text{Hz}$ 。比较显示, 在谐振 P 控制器的幅值变化中, PR 控制器表现出期望的谐振行为, 其增益峰值在 $\omega_N = \omega_0$ 处, 比 PI 控制器使用基尼系数优化的增益峰值高 ω_0/ω_r , 可设置为 20 至 60 dB。幅值增益、相位增益和相位裕度在 f_c 零穿越时的变化情况

该幅度增益的响应，与BO条件下使用PI控制器在较高频率时的响应一致，这也适用于 f_c 时开环调节回路在0db通过时的相位安全距离。

由于驱动器所需的转速可变，机器侧逆变器的电压和电流必须在频率上可变。这导致S系统中的信号包含定子频率 Ω_1 ，因此电压和电流在稳态运行时仍然是正弦波。因此需要一种信号处理方法，其中圆频率 ω_e 可调，该电路在图3.27中可见。有关PR控制器两种系统结构的实现信息，请参阅 [448, 449, 471, 482]，以及 [471, 478–481] 中的实际实现说明，其中 [449] 介绍了图3.27中的系统。在 [471] 中，将讨论如何通过PR控制器避免过载时的饱和现象。因此，PR控制器既适用于时不变量控制，也适用于时变量量控制，详见第14章。